***Lucrare de control “Transformări afine. Inversia”***

**A studentei grupei 2MI**

**Razloga Anastasia**

**Varianta 7**

**Problema 1. Este dat un reper aﬁn R = {O, , }. Transformarea afină aplică punctele A = (4;3), B = (5;4) ¸si C = (−1;5) respectiv pe punctele = (17;−8),**

**= (21;−11) și = (11;−21).**

**1.1. Scrieți expresiile analitice ale transformării 𝝍.**

Rezolvare: **Expresiile analitice ale transformării 𝝍 au forma:**

(1)

**Din faptul că punctul este imaginea punctului A, obținem:**

(1.A)

**Din faptul că punctul este imaginea punctului B, obținem:**

(1.B)

**Din faptul că puctul este imaginea punctului C,obținem:**

(1.C)

**Primele ecuații din sistemele de ecuații (1.A),(1.B),(1.C) formează sistemul:**

(2.1)

**Rezolvăm acest sistem de ecuații în modul următor. Dacă din primele două ecuații scădem a treia, obținem sistemul de ecuații:**

⇒ ⇒ (3.1)

⇒ ⇒ ⇒

⇒

**Din sistemul (3.1) obținem . Aceste valori le substituim în prima ecuație din (2.1) și obținem:**

17=(4\*2) +(3\*2)+

17=8+6+

**Ale doilea ecuații din sistemele de ecuații (1.A),(1.B),(1.C) formează sistemul de ecuații:**

(2.2)

**Rezolvăm acest sistem de ecuații în modul următor. Dacă din primele două ecuații scădem a treia , obținem sistemul de ecuații:**

⇒ ⇒ ⇒

⇒ ⇒ ⇒

⇒ ⇒ ⇒ ⇒

⇒ (3.2)

**Din sistemul (3.2) obținem și =64. Aceste valori le substituim în prima ecuație din (2.2) și obținem:**

-8=4\*23+3\*64+ ⇒=-8-92-192 ⇒=-292.

**Răspuns: Expresiile analitice ale transformării 𝝍 au forma:**

(4)

**1.2 Determinați coieﬁcientul de schimbare al ariilor p = p(𝝍).**

**Coeficientul de schimbare al ariilor p=p(𝝍), depinde de valoarea absolute a determinantului sistemului cu expresiile analitice (4):**

𝝙==2\*64-2\*23=128-46=82 >0

**Răspuns: p(𝝍)=82**

**1.3 Calculați punctul ﬁx C al transformării 𝝍.**

**Coordonatele punctuluifix sunt soluții ale sistemului:**

(5)

**Care poate fi scris sub forma:**

⇒ ⇒ ⇒

⇒ ⇒ ⇒

**Am rezolvat sistemul (5) și am obținut: x=- și y=**

**Răspuns: Punctul C=(-) este unicul punct fix al transformării 𝝍.**

**1.4 Determinați genul transformării .**

**Genul transformării 𝝍 depinde de semnul determinantului sistemului cu expresiile analitice (4):**

𝝙 ==2\*64-2\*23= 128-46=82>0

**Acest determinant are valoarea pozitivă.**

**Răspuns: Transformarea 𝝍 este de genul I. Ea nu-și schimbă orientarea triunghiurilor.**

**1.5 Determinați coordonatele punctelor F și D pentru care D = 𝝍(O) și**

**O= 𝝍(F).**

**Pentru x=0 și y=0 din (4), obținem =3 și =-292. Deci D=(3; -292). Pentru din (4), obținem sistemul de ecuații:**

⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒

**Răspuns: D=(3;-292) și F=(-).**

**Problema 2. Deteminați expresiile analitice ale comprimării oblice cu axa l = (AB), direcția de comprimare = și coeﬁcientul de comprimare k =**

**Rezolvare:** **Determinăm ecuația dreptei l=(AB).Ecuația canonică**

**sau . Obținem ecuația generală (7)**

**Comprimarea se efectuează paralel cu vectorul =={-1-4; 5-3}={-5;2}. Fixăm punctul cu imaginea . Pe axa 𝑙 există un unic punct cu proprietățile:**

**-Vectorii și sunt colineari și =k, k=;**

**-Vectorii și sunt colineari și**

**Obținem egalitățile**

(8)

**Din penultimile două egalități se obține** **. Substituim aceste valori îm prima ecuație din (8) vom obține**: **sau**

**Ecuația întâi din (8) și ultima ecuație ne duc la sistemul:**

(9)

**Dacă scădem aceste ecuații vom obține:**

2|:2

|:(-4)

**Substituim în prima ecuație din (9) și obținem :**

3

**Răspuns: Expresiile analitice ale comprimării oblice 𝝋= cu axa 𝑙=(AB), direcția de comprimare și coeficientul de comprimare 𝜿= au forma:**

(10)

**Problema 3. Deteminați expresiile analitice ale aﬁnității cu axa de aﬁnitate 𝑙 = (BC), care aplică punctul A pe punctul L = (2,4).**

**Rezolvare: Determinăm ecuția axei de afinitate 𝑙=(BC):**

sau **și obținem ecuația**

⇒

**Expresiile analitice ale afinității 𝛟 au forma expresiilor analitice al unei transformări afine:**

(11)

**Din faptul că punctul L este imaginea punctului A,obținem:**

(11.A)

**Din faptul că punctul B este imaginea punctului B, obținem :**

(11.B)

**Din faptul că punctul C este imaginea punctului C, obținem:**

(11.C)

**Primele ecuații din sistemele de ecuații (11.A), (11.B),(11.C) formează sistemul de ecuații:**

(12.1)

**Rezolvăm acest sistem de ecuații în modul următor. Dacă din primele două ecuații scădema treia, obținem sistemul de ecuații:**

(13.1)

⇒ ⇒

⇒ ⇒ ⇒

⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒

**Din sistemul (13.1), obținem și . Aceste valori le substituim în prima ecuație din (12.1) și obținem :**

1= 4\*()+3\*()+

**Ale doilea ecuații din sistemele de ecuații (11.A),(11.B),(11.C) formează sistemul de ecuații:**

(12.2)

**Rezolvăm acest sistem de ecuații în modul următor. Dacă din primele 2 ecuații scădem a treia, obținem sistemul de ecuații:**

(13.2)

⇒ ⇒

⇒ ⇒ ⇒

⇒ ⇒ ⇒

⇒ ⇒ ⇒

**Din sistemul (13.2), obținem și . Aceste valori le substituim în prima ecuație din (12.2) și obținem:**

1=4\*()+3\*()+

**Răspuns: Expresiile analitice ale transformării 𝝍 au forma:**

(14)

**Problema 4. Admitem că reperul este ortonormat. Este dată invers cu centrul A și raza r = 3.**

**1. Scrieți expresiile analitice ale inversiei date.**

**Rezolvare: Punctului A i se pune în corespondență punctul de la infinit și viceversa. Fiecărui punct M=(x,y), diferit de punctul A, punem în corespondență punctul , unic determinat de relațiile =**

**Această egaliate poate fi scrisă sub forma:**

**\* (15)**

**Scriem această egalitate în coordonate:**

**, = ,**  ,

**(16)**

**Au loc și relațiile inverse:**

**(17)**

**Răspuns: Ecuațiile (16) reprezintă= expresiile analitice ale inversiunii cu centrul A și raza de inversiune r=3.**

**2. Determinați coordonatele punctului P=**

**Rezolvare:**

**Pentru punctul aplicăm formulele (16), considerând x=21 și y=-11. Obținem ⇒ și**

**⇒**

**Răspuns: Punctul P=(,) este imaginea punctului .**

**3. Aﬂați imaginea cercului ce trece prin punctele A,B,C.**

**Ecuația cercului are forma : (17)**

**Folosim condiția că cercul trece prin punctele A,B,C :**

**Deschidem parantezele și din primele două egalități o scădem pe a treia:**

**⇒ (18)**

**⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒**

**Obținem a= , b=, , iar cercul este determinat de ecuația:**

**(19)**

**Expresiile (17) le substituim in (19) și obținem ecuația unei drepte:**

**Răspuns: Imaginea cercului ce trece prin punctele A,B,C este dreapta**

**4.** **Aﬂați imaginea dreptei (AC).**

**Pentru început determinăm ecuația dreptei.**

**Ecuația canonică ⇒ = sau . Obținem ecuația generală**

**1.**

**2.**

**.**

**Dreapta, imaginea ei: va trece prin punctele**

**:**

**2+33=35**

**Avem dreapta , deci ducem dreapta ce trece prin aceste 2 puncte.**

**Răspuns: Imaginea dreptei AC este**

**5. Aﬂați imaginea cercului ce treceprin punctele ,,.**

**Ecuația cercului are forma: (20)**

**Folosim condiția că cercul trece prin punctele**

**⇒**

**Deschidem parantezele și din primele două egalități o scădem pe a treia:**

**(21)**

**⇒**

**Obținem , iar cercul este determinat de ecuația**

**(22)**

**Răspuns: Imaginea cercului ce trece prin punctele este dreapta**